

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

Муниципальный этап

Шифр \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_ Имя \_\_\_\_\_ Отчество \_\_\_\_\_

Район(ГО) \_\_\_\_\_

Город/село \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

-----  
Шифр \_\_\_\_\_

II (муниципальный) этап Всероссийской олимпиады школьников  
2024–2025 уч.г.

*Математика*  
*10 класс*

**10.1.** Восемь лет назад Даша была вдвое младше Саши, а два года назад Саше было в полтора раза меньше лет, чем будет Даше через 15 лет. Найти возраст Даши и Саши.

**10.2.** Доказать, что многочлен  $x^{16} - x^{11} + x^6 - x^3 + 1$  при любом  $x$  принимает положительные значения.

**10.3.** В угол вписаны две окружности. Первая окружность касается одной из сторон угла в точке **A**, а вторая окружность касается другой стороны этого угла в точке **B**. Прямая **AB** пересекает вторично первую и вторую окружности в точках **C** и **D** соответственно. Доказать, что **AC = BD**.

**10.4.** Доказать, что существует бесконечно много положительных нечетных чисел, не представимых в виде  $5^k + 11^m + 19^n$  для некоторых натуральных чисел  $k, m, n$ .

**10.5.** В букинистической лавке есть 25 детективных книг, цена каждой из которых от 400 до 550 рублей и 30 книг в жанре “Фантастика”, цена каждой из которых от 600 до 800 рублей. Каждая книга есть в единственном экземпляре. Цены всех книг различны и составляют целое число рублей. Петя, Коля и Вася хотят купить каждый по одной детективной и одной фантастической книге. Доказать, что они смогут выбрать книги так, чтобы потратить одинаковое количество денег.